

# Szennyezési jogok hatása a vállalati termelési stratégiára

Dobos Imre

**25. sz. Műhelytanulmány**  
**HU ISSN 1786-3031**

**2002. október**

Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem  
Vállalatgazdaságtan Tanszék  
Veres Pálné u. 36.  
H-1053 Budapest  
Hungary

# **Szennyezési jogok hatása a vállalati termelési stratégiára**

**Dobos Imre**  
**Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem**  
**Vállalatgazdaságtan Tanszék**  
**H-1053 Budapest,**  
**Veres Pálné u.36.**

## **Összefoglalás**

A cikk a szennyezési jogok bevezetését vizsgálja a mikroökonómia standard vállalatára. Komparatív statikai vizsgáljuk, a termelő vállalat lehetséges reakcióit, amely a technológia változatlanul hagyása, vagy megváltoztatása lehet. Az egyes esetekben arra keresünk választ, hogy hogyan változik a vállalat nyeresége a bevezetés előtti állapothoz képest, és ez milyen szennyezési stratégiával jár. Szennyezési jogot elad-e, vagy vesz a szennyezési jogok piacán a vállalat?

Kulcsszavak: mikroökonómia, termeléselmélet, környezetvédelem, szennyezési jogok

## **Abstract**

The paper deals with the effect of an introduction of tradeable permits on the production strategy of a firm. It is assumed that the firm will maximize its profit. After introducing the emission trading the profit function will contain a linear emission procurement/selling cost. We will compare the optimal production strategy before tradeable permits and after that. The mathematical investigation is based on the nonlinear mathematical programming.

Keywords: Emission Trading, Tradeable Permits, Environmental Licences, Microeconomics, Production Theory, Environmental Management

## 1. Bevezetés

A dolgozat a szennyezési jogok bevezetését vizsgálja a mikroökonómia nyereség maximalizáló vállalatára. A szennyezési jog egy olyan környezetvédelmi eszköz, ami a hatéérték megoldás és a környezetvédelmi adók működési mechanizmusát egyesíti. Ettől a szabályozási eszköztől azt várják, hogy a vállalatokat technológiaváltásra készíti, azaz olyan új technológiát alkalmaznak a bevezetés után, amely hatékonyabb és a környezetet is kevésbé terheli. A cikk ezt a hatásmechanizmust teszteli egy mikroökonómiai modellben.

Két alapesetet vizsgálunk: nem történik és történik technológiaváltás a szennyezési jogok bevezetése után. Először azt kérdezzük, hogy mi történik akkor, ha a szennyezési jog bevezetése után a vállalat nem változtat a technológiáján, hogyan alakul ekkor a termelési stratégiája. A második kérdés azt az esetet vizsgálja, amikor a szennyezési joggal együtt technológiát is vált a vállalat, ami három módon mehet végbe. Vagy csak a termelési technológiát teszi hatékonyabbá, míg a szennyezőanyagok kibocsátása változatlan marad, vagy a technológia változatlan, de az emisszió csökken, és végül a termelési technológia hatékonyabbá válik és ezzel egyidőben a szennyezés is alacsonyabbá válik. Az a kérdés merül fel az technológiaváltással kapcsolatban, hogy ezen megoldások közül melyik esetén lesz a nyereség a legmagasabb. Ezután azt kérdezzük, hogy a legnyereségesebb technológia bevezetése esetén vásárolni, vagy eladni kell-e szennyezési jogot. A három kérdésre komparatív statikai vizsgálattal keresünk választ. Ezzel eldönthetővé válik az a kérdés, hogy a szennyezési jogok bevezetése valóban környezettudatos technológiák bevezetésére sarkallja-e a vállalatokat.

## 2. A vizsgált modellek

A klasszikus mikroökonómia vállalatát vizsgálva azzal a feltételezéssel élünk, hogy a vállalat árelfogadó, tehát az árak alakulására semmilyen hatással nincs, vagyis exogén árakkal szembesül. A termelési technológiákat ismertnek tételezzük fel, a szennyezési jog bevezetése előtt és után is. Ezen mellékfeltétel mellett maximalizálja a vállalat a nyereségét. A modell paraméterei és jelölései:

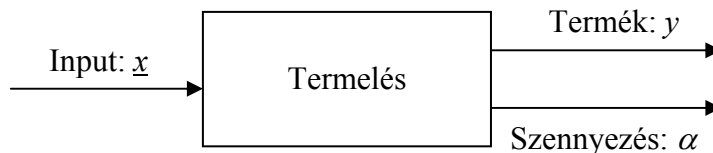
- $y$  a kibocsátás, nemnegatív,
- $\alpha$  a szennyezőanyag kibocsátás, nemnegatív,
- $\Delta\alpha$  a vásárolt vagy eladott szennyezési jog, negatív eladás és nempozitív vásárlás esetén,
- $\underline{x}$  a termeléshez felhasznált inputok vektora, nemnegatív,
- $f_b(\underline{x})$  az  $\underline{x}$  inputhoz tartozó maximális kibocsátás a szennyezési jog bevezetése előtt, kétszer folytonosan differenciálható,  $\underline{x}$ -ben nemnegatív, monoton növekvő és szigorúan konkáv, (termelési függvény),
- $g_b(y)$  a kibocsátástól függő szennyezőanyag emisszió a szennyezési jog bevezetése előtt, kétszer folytonosan differenciálható,  $y$ -ban nemnegatív, monoton növekvő és szigorúan konvex,  $\alpha = g(y)$ ,
- $f_a(\underline{x})$  az  $\underline{x}$  inputhoz tartozó maximális kibocsátás a szennyezési jog bevezetése után, kétszer folytonosan differenciálható,  $\underline{x}$ -ben nemnegatív, monoton növekvő és szigorúan konkáv, (termelési függvény),

- $g_a(y)$  a kibocsátástól függő szennyezőanyag emisszió a szennyezési jog bevezetése után, kétszer folytonosan differenciálható,  $x$ -ban nemnegatív, monoton növekvő és szigorúan konvex,  $\alpha = g_a(y)$ ,
- $p$  egységnyi végtermék eladási ára, pozitív,
- $q$  egységnyi input beszerzési ára, pozitív,
- $d$  egységnyi szennyezési jog piaci ára, pozitív.

A továbbiakban feltesszük, hogy

$$\begin{aligned} f_b(\underline{x}) &< f_a(\underline{x}) \\ g_b(y) &> g_a(y) \end{aligned}$$

ami azt jelenti, hogy az új termelési technológiával azonos input esetén többet lehet előállítani, és a bevezetett új környezetvédelmi technológiával a szennyezőanyag emissziója is csökken, azonos mértékű kibocsátás mellett. A modell anyagáramlási folyamatát az 1. Ábra mutatja.



**1. ábra: Anyagáramlás a modellben**

Az (F) alapmodellt a szennyezési jog bevezetése előtt a klasszikus mikroökómia termeléselméleti optimalizálási modellje képviseli:

$$\begin{aligned} (F) \quad & y \geq 0, \underline{x} \geq \underline{0} \\ & y \leq f_b(\underline{x}) \\ & p \cdot y - q \cdot \underline{x} \rightarrow \max \end{aligned}$$

Tételezzük fel, hogy az optimalizálási problémát megoldottuk, és legyen az optimális megoldás:  $(y^b, \underline{x}^b)$ . A szennyezési jog bevezetésénél az induló állapot – feltevésünk szerint - a bevezetést megelőző termelési szint, amely ekkor a maximális nyereséghez tartozó emisszió. Az ekkor még szabad szennyezés mértéke az optimumban  $g_b(y^b) = \alpha^b$ , amit az induló rendelkezésre álló szennyezésnek tekintünk.

A szennyezési jog bevezetése után a vállalatnak két döntési alternatívája van: technológiát vált, vagy sem. Ha a vállalat nem változtat sem a termelési, sem az emissziós technológián, akkor a módosított (F1) feladat a következő formában írható fel:

$$\begin{aligned} (F1) \quad & y \geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \Re \\ & y \leq f_b(\underline{x}) \\ & g_b(y) \leq \alpha^b + \Delta\alpha \\ & p \cdot y - q \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha \rightarrow \max \end{aligned}$$

A harmadik egyenlőtlenség azt fejezi ki, hogy a szennyezőanyagok kibocsátása nem lehet nagyobb, mint a jogok kiosztásánál megállapított mennyiség és annak beszerzett/eladott mennyiséggel növelve/csökkentve értéke. Legyen ennek a feladatnak az optimális megoldása  $(y^{a_1}, \underline{x}^{a_1}, \Delta\alpha^{a_1})$ .

Térjünk rá arra azokra az esetekre, amikor a vállalat technológiát vált. A technológiváltásra három lehetősége van a vállalatnak. Az egyik az, ha csak a szennyezőanyag kibocsátását csökkenti az új technológiával, de a termelési technológiáján nem változtatja. Ezt az esetet az (F2) probléma szemlélteti:

$$(F2) \quad \begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \Re \\ y &\leq f_b(\underline{x}) \\ g_a(y) &\leq \alpha^b + \Delta\alpha \\ p \cdot y - \underline{q} \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha &\rightarrow \max \end{aligned} .$$

Tegyük fel, hogy az optimumot ebben az esetben a  $(y^{a_2}, \underline{x}^{a_2}, \Delta\alpha^{a_2})$  vektornál éri el a vállalat.

Az következő vizsgálandó modellben a szennyezőanyag kibocsátása változatlan marad, de hatékonyabb termelési technológiát választ a vállalat:

$$(F3) \quad \begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \Re \\ y &\leq f_a(\underline{x}) \\ g_b(y) &\leq \alpha^b + \Delta\alpha \\ p \cdot y - \underline{q} \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha &\rightarrow \max \end{aligned} .$$

Erre az esetre az optimális megoldást a  $(y^{a_3}, \underline{x}^{a_3}, \Delta\alpha^{a_3})$  vektor képviseli.

Az utolsó modellben megváltoztatjuk az emissziós és a termelési technológiát is:

$$(F4) \quad \begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \Re \\ y &\leq f_a(\underline{x}) \\ g_a(y) &\leq \alpha^b + \Delta\alpha \\ p \cdot y - \underline{q} \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha &\rightarrow \max \end{aligned} .$$

Ehhez a feladathoz tartozó optimum  $(y^{a_4}, \underline{x}^{a_4}, \Delta\alpha^{a_4})$ .

Technológiaváltás esetén felmerül a kérdés, hogy a három lehetséges fejlesztés közül melyik jár a legnagyobb nyereség növekedéssel. Mivel ebben a dolgozatban eltekintünk a technológiaváltással járó fix költségek beruházásra gyakorolt hatásától, ezért csak a legjobb fejlesztés utáni technológia nyereségszintjét vetjük össze a technológiaváltás nélküli esettel.

A feltett kérdések megválaszolásához az (F1), valamint az (F2)-(F4) problémák optimális megoldását kell összehasonlítani az (F) feladat optimális megoldásával ahhoz, hogy válaszolni tudjunk arra a kérdésre, hogy hogyan módosul a termelési stratégia a szennyezési

jog bevezetése után. Mielőtt a vizsgálódásainkra rátérnénk, a szennyezési jog bevezetése után adódó problémákat analizáljuk együttes szerkezetben, eltekintve attól, hogy történt-e technológiai változás.

### 3. A problémák matematikai struktúrája szennyezési joggal

Mielőtt az optimális termelési stratégiákat előállítanánk, az (F1)-(F4) problémák matematikai struktúráját vizsgáljuk. Ehhez egy általános feladatcsoportot tekintünk, eltekintve attól, hogy a szennyezési jog bevezetése után éppen a termelési összefüggést, vagy a szennyezőanyag kibocsátását teszi hatékonyabbá a vállalat. Vizsgáljuk általánosan a következő problémát:

$$\begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \mathfrak{R} \\ y &\leq f_i(\underline{x}) \\ g_j(y) &\leq \alpha^b + \Delta\alpha \\ p \cdot y - q \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha &\rightarrow \max \end{aligned} \quad (i=b,a; j=b,a).$$

Először a mellékfeltételeket tekintjük. Azt fogjuk belátni, hogy optimum esetén a termelési összefüggést leíró egyenlőtlenség egy termelési függvényé válik; valamint azt, hogy éppen annyi szennyezési jogot vásárol a vállalat, amennyi a maximális nyereség termeléséhez szükséges.

Tételezzük fel, hogy a termelési összefüggés az optimumban szigorúan nagyobbra teljesül, vagyis a termelési halmaz belsejében van az optimum:  $y^o < f_i(\underline{x}^o)$ , ahol jelölje  $(y^o, \underline{x}^o, \Delta\alpha^o)$  az általános optimális megoldást. Ha ez így lenne, akkor még lehetne csökkenteni a felhasználást, amivel növelhető lenne a nyereség a költségcsökkentésen keresztül. Ez ellentmond annak a feltevésnek, hogy  $(y^o, \underline{x}^o, \Delta\alpha^o)$  vektor optimális, tehát az összefüggésnek szigorú egyenlőség formájában kell teljesülnie. Hasonló érveléssel bizonyítható, hogy  $g_j(y^o) = \alpha^b + \Delta\alpha^o$ . Ebben az esetben a szennyezési jog célfüggvényben lévő linearitását kell kihasználnunk. Ezzel beláttunk a következő lemmát.

**1. lemma:** A  $(y^o, \underline{x}^o, \Delta\alpha^o)$  optimális termelési stratégia a következő probléma megoldásaként adódik:

$$\begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0}, \Delta\alpha \in \mathfrak{R} \\ y &= f_i(\underline{x}) \\ g_j(y) &= \alpha^b + \Delta\alpha \\ p \cdot y - q \cdot \underline{x} - d \cdot \Delta\alpha &\rightarrow \max \end{aligned} \quad (i=b,a; j=b,a).$$

*Megjegyzés.* Mivel feltételeztük, hogy a termelési függvény minden nemnegatív  $\underline{x}$  vektor esetén szintén nemnegatív, ezért a problémát az

$$\begin{aligned} y &= f_i(\underline{x}) \\ \Delta\alpha &= g_j(y) - \alpha^b \end{aligned}$$

helyettesítéssel egyszerűbb alakra hozhatjuk:

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

$$p \cdot f_i(\underline{x}) - \underline{q} \cdot \underline{x} - d \cdot g_j(f_i(\underline{x})) + d \cdot \alpha^b \rightarrow \max$$

Az optimális megoldásokat egyszerű differenciálással meghatározhatjuk, felhasználva a nemnegativitást az  $\underline{x}$  vektorra:

$$p \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{x}^o) - \underline{q} - d \cdot \frac{d}{dy} g_j(f_i(\underline{x}^o)) \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{x}^o) \leq 0,$$

valamint

$$\underline{x}^o \cdot \left[ p \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{x}^o) - \underline{q} - d \cdot \frac{d}{dy} g_j(f_i(\underline{x}^o)) \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{x}^o) \right] = 0.$$

Ez a két feltétel nem csak szükséges, hanem elégséges feltétele is az optimumnak, mivel az  $f_i(\underline{x})$  szigorúan konkáv és  $g_j(y)$  szigorúan konvex függvények. Azonnal látható, hogy a vállalat teljesen leáll a termeléssel, ha

$$p \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{0}) - \underline{q} - d \cdot \frac{d}{dy} g_j(0) \cdot \frac{d}{d\underline{x}} f_i(\underline{0}) \leq 0,$$

vagyis ekkor a nyereség kizárólag a szennyezési jog teljes eladásából fog származni:  $\Delta\alpha^o = -\alpha^b$ .

Tételezzük most fel, hogy a szennyezési jog bevezetése utáni kiosztásnál induló  $\alpha^b$  szennyezést kifejezhetjük a szennyezés függvényében, vagyis

$$\alpha^b = g_j(\tilde{y}) \quad (j=b,a),$$

ahol  $\tilde{y} = y^b$ , ha a szennyezési jog bevezetése után nem változtat a vállalat az emisszióján ( $j=b$ ), míg  $\tilde{y} > y^b$ , ha a vállalat a szennyezési technológiáját környezetbaráttá teszi. Ez utóbbi összefüggés az alábbi egyenlőtlenségből következik:

$$\alpha^b = g_b(y^b) = g_a(\tilde{y}) > g_a(y^b),$$

mivel feltételeztük, hogy az új technológia kevesebb szennyezőanyag kibocsátásával jár.

A továbbiakban nem fogjuk az optimális megoldásokat expliciten kifejezni, hanem ehelyett az optimumok kvalitatív tulajdonságait fogjuk vizsgálni; feltételezve, hogy nem kell a termelést beszüntetni.

#### 4. Az új technológiák összehasonlítása

Ebben a részben az (F2)-(F4) feladatok optimális megoldásait fogjuk összevetni annak eldöntéséhez, hogy melyik fejlesztési alternatíva hordozza a legtöbb nyereséget. Az összehasonlítást két lépésben hajtjuk végre. Első lépésben az (F2) és (F4) problémák optimális megoldását tekintjük, majd az (F3) és (F4) problémák nyereség maximumait hasonlítjuk össze. Az optimális eredmények összevetése az 1. Lemmára alapozódik.

Az (F2) probléma optimális megoldása a  $(y^{a_2}, \underline{x}^{a_2}, \Delta\alpha^{a_2})$  vektor, míg az (F4)-é  $(y^{a_4}, \underline{x}^{a_4}, \Delta\alpha^{a_4})$ . Ekkor a  $(y^{a_2}, \underline{x}^{a_2}, \Delta\alpha^{a_2})$  vektor egy lehetséges megoldása az (F4) feladatnak, mert

$$\begin{aligned} y^{a_2} &\geq 0, \underline{x}^{a_2} \geq \underline{0}, \Delta\alpha^{a_2} \in \mathfrak{R} \\ y^{a_2} &= f_b(\underline{x}^{a_2}) < f_a(\underline{x}^{a_2}) \\ g_a(y^{a_2}) &= \alpha^b + \Delta\alpha^{a_2} \end{aligned}$$

Ez abból következik, hogy az új technológiával azonos inputok mellett több végterméket lehet előállítani. Azonban ez nem optimális, így

$$p \cdot y^{a_2} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_2} - d \cdot \Delta\alpha^{a_2} < p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4} - d \cdot \Delta\alpha^{a_4},$$

ami azt jelenti, hogy az (F4) feladat optimális megoldása nagyobb, mint az (F2) problémáé.

Legyen most az (F3) probléma optimális megoldása a  $(y^{a_3}, \underline{x}^{a_3}, \Delta\alpha^{a_3})$  vektor, míg az (F4)-é  $(y^{a_4}, \underline{x}^{a_4}, \Delta\alpha^{a_4})$ . Ebben az esetben a  $(y^{a_3}, \underline{x}^{a_3}, \Delta\alpha^{a_3})$  vektor egy lehetséges megoldása az (F4) feladatnak, mert

$$\begin{aligned} y^{a_3} &\geq 0, \underline{x}^{a_3} \geq \underline{0}, \Delta\alpha^{a_3} \in \mathfrak{R} \\ y^{a_3} &= f_a(\underline{x}^{a_3}) \\ g_a(y^{a_3}) &< \alpha^b + \Delta\alpha^{a_3} = g_b(\underline{x}^{a_3}) \end{aligned}$$

de az új technológiával az emisszió csökken. Így ez nem lehet optimális program:

$$p \cdot y^{a_3} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_3} - d \cdot \Delta\alpha^{a_3} < p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4} - d \cdot \Delta\alpha^{a_4},$$

ami azt jelenti, hogy az (F4) feladat optimális megoldása nagyobb, mint az (F3) problémáé.

Ezzel bizonyítást nyert a

**2. lemma:** Ha a vállalat a szennyezési jog bevezetése után technológiaváltásra szánja el magát, akkor a legtöbb nyereséget azzal éri el, ha mind a termelési, mind az emissziós technológiát lecseréli.

Ezután az előzetes választás után azt fogjuk megvizsgálni, hogy milyen hatással van a technológia (nem) választás a nyereségre, és ez szennyezési jog beszerzéssel, vagy eladással jár-e.



## 5. Optimális termelési stratégiák a szennyezési jog bevezetése után

### 5.1. A vállalat nem változtat a technológián a szennyezési jog bevezetése után

Ebben az esetben az (F) feladat és az (F1) feladat optimális megoldását kell összevetnünk. Tételezzük fel, hogy az (F1) feladat optimális megoldása adott, amit  $(y^b, \underline{x}^b)$  kibocsátás és ráfordítás jelöl. A szennyezőanyagok emissziója ekkor  $\alpha^b = g_b(y^b)$  mennyiség lesz, amit a következő periódusban a vállalat használhat.

Tegyük fel, hogy a vállalat megoldotta az (F1) problémát, aminek a megoldása  $(y^{a_1}, \underline{x}^{a_1}, \Delta\alpha^{a_1})$ . A megoldásokat két lépésben vetjük össze. Az (F1) feladat felírásából következik, hogy annak egy lehetséges megoldása a  $(y^b, \underline{x}^b, 0)$  vektor, ami egy olyan tevékenységet jelent, amikor a vállalat maximalizálja a nyereségét és nem vesz részt a szennyezési jogok adás-vételében, ugyanis

$$\begin{aligned} y^b &= f_b(\underline{x}^b) \\ g_b(y^b) &= \alpha^b + 0 \end{aligned}$$

Ez azt is jelenti, hogy a  $(y^b, \underline{x}^b, 0)$  vektor nem lehet optimális megoldása az (F1) feladatnak, így

$$p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b - d \cdot 0 < p \cdot y^{a_1} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_1} - d \cdot \Delta\alpha^{a_1}.$$

Ugyanakkor az  $(y^{a_1}, \underline{x}^{a_1})$  vektor egy lehetséges, de nem optimális megoldása az (F) feladatnak, mivel

$$y^{a_1} = f_b(\underline{x}^{a_1}).$$

Ezzel azt láttuk be, hogy

$$p \cdot y^{a_1} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_1} < p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b.$$

A két egyenlőtlenséget összevetve kapjuk a következő egyenlőtlenségeket:

$$p \cdot y^{a_1} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_1} < p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b < p \cdot y^{a_1} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_1} - d \cdot \Delta\alpha^{a_1}.$$

Rendezve az egyenlőtlenségeket azt kapjuk, hogy  $\Delta\alpha^{a_1} < 0$ , ami azt jelenti, hogy a szennyezési jog kiosztásakor rendelkezésre álló  $\alpha^b$  szennyezési mennyiségből elad a vállalat. Eredményünket a következő lemma foglalja össze.

**3. lemma:** Ha a vállalat nem változtat technológiáján a szennyezési jog bevezetése után, akkor a nyeresége nő, mégpedig oly módon, hogy csökken az alaptevékenységből származó profit, amit a szennyezési jog eladásából származó bevétellel kompenzál.

A lemmából az is következik, hogy a vállalat csökkenti a végtermék kibocsátását is, mert

$$g_b(y^{a_1}) = \alpha^b + \Delta\alpha^{a_1} < g_b(y^b),$$

ahonnan a  $g_b(y)$  függvényre tett monotonitási tulajdonság miatt teljesül az állítás, vagyis  $y^{a_1} < y^b$ .

Figyeljük meg, hogy a bizonyításhoz nem kellett kihasználnunk az  $f_b(\underline{x})$  és  $g_b(y)$  függvények differenciálhatóságát, csak szigorú konkavitását.

## 5.2. A vállalat a leghatékonyabb technológiát vezeti be

Ekkor az (F) és az (F4) feladat optimális megoldását kell összevetnünk. Az előbbi esettel szemben ekkor azzal módosul a probléma, hogy a termelési és emissziós technológia is hatékonyabb.

Tegyük fel, hogy az (F4) probléma  $(y^{a_4}, \underline{x}^{a_4}, \Delta\alpha^{a_4})$  megoldása ismert. Az (F4) feladat felírásából következik, hogy annak egy lehetséges megoldása a  $(y^b, \underline{x}^b, 0)$  vektor, ugyanis

$$\begin{aligned} f_b(\underline{x}^b) &= y^b < f_a(\underline{x}^b) \\ g_a(y^b) &< \alpha^b + 0 = g_b(y^b). \end{aligned}$$

Ez itt is jelenti, hogy a  $(y^b, \underline{x}^b, 0)$  vektor nem lehet optimális megoldása az (F4) feladatnak, így

$$p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b - d \cdot 0 < p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4} - d \cdot \Delta\alpha^{a_4}.$$

Ez azt jelenti, hogy az új, környezetkímélő technológia bevezetésével növekedni fog a vállalat nyeresége. A továbbiakban arra a kérdésre keresünk választ, hogy ez a növekedés miből származik: az alaptevékenységből származó nyereség növekedéséből, vagy abból, hogy a szennyezési jog értékesítéséből tesz szert többlet bevételre a vállalat, amint az a technológiaváltás elhanyagolásakor bekövetkezik.

A kérdés megválaszolásához az 1. Lemma eredményeit használjuk fel. Vezessük be az (F4) probléma költségfüggvényét, amelyet az alábbi módon definiálhatunk:

$$C(y) = \min \{ \underline{q} \cdot \underline{x} \mid y = f_a(\underline{x}), \underline{x} \geq \underline{0} \}.$$

Ez a függvény monoton növekvő, differenciálható és konvex függvény. (Mas-Collel et al.) Ennek ismeretében az (F4) feladat  $\Pi(y)$  célfüggvényét (nyereségfüggvény) a következő formában íhatjuk fel:

$$\Pi_a(y) = p \cdot y - C_a(y) + d \cdot [g_a(\tilde{y}) - g_a(y)],$$

ahol  $g_a(\tilde{y}) = \alpha^b$  a kiosztott induló szennyezési jogot jelenti, de az új technológia kibocsátásának függvényében. Ez azt jelenti, hogy ha a vállalt éppen  $\tilde{y}$  nagyságot bocsát ki, akkor nem kell sem eladnia, sem beszereznie szennyezési jogot. A  $\Pi_a(y)$  függvénynek, amely szigorúan konkáv a feltevések szerint, a maximuma az  $y^{a_4}$  pontban fekszik. Differenciáljuk ezt a nyereségfüggvényt a kibocsátás szerint

$$\Pi'_a(y) = p - C'_a(y) - d \cdot g'_a(y).$$

A vállalatnak az össznyereség maximalizálásához akkor kell szennyezési jogot beszerzenie, ha ez a nyereségfüggvény a  $\tilde{y}$  pontban pozitív, vagyis itt a profitfüggvény monoton növekvő, míg eladás akkor történik, ha itt negatív a függvény, vagyis a teljes nyereségfüggvény monoton csökkenő e pontban. Ha a függvény deriváltja nulla e pontban, vagyis az induló kiosztás nyereségmaximumot tesz lehetővé, akkor se be nem kell szerezni jogot, se el nem kell adni.

Ha a vállalatnak nem kell eladnia szennyezési jogot, azaz vásárolnia kell, akkor az alaptevékenységből származó nyeresége is nő, hiszen

$$p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b - d \cdot 0 < p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4} - d \cdot \Delta \alpha^{a_4} \leq p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4}.$$

Ha a vállalat szennyezési jogot kell eladjon a nyeresége maximalizálásához, akkor az alaptevékenységből származó nyeresége lehet nagyobb és kisebb is, mint a szennyezési jog bevezetése előtt. Vizsgáljuk azt az esetet, hogy az eladás után mikor növekszik az alaptevékenységből származó nyereség. Ehhez tekintsük a következő módosított feladatot

$$\begin{aligned} y &\geq 0, \underline{x} \geq \underline{0} \\ y &\leq f_a(\underline{x}) \\ g_a(y) &\leq \alpha^b + \Delta \alpha^{a_4} \\ p \cdot y - \underline{q} \cdot \underline{x} &\rightarrow \max \end{aligned}$$

Ennek a feladatnak az optimális megoldása  $(y^{a_4}, \underline{x}^{a_4})$ , hiszen az optimális szennyezési jog eladást/vásárlást szerepeltetjük a szennyezés korlátozásánál. Most arra a kérdésre akarunk választ kapni, hogy a szennyezési jog bevezetése előtti termelési stratégia  $(y^b, \underline{x}^b)$  lehetséges megoldása-e ennek a problémának. Ha egy lehetséges megoldás, akkor

$$p \cdot y^b - \underline{q} \cdot \underline{x}^b \leq p \cdot y^{a_4} - \underline{q} \cdot \underline{x}^{a_4},$$

ami azt jelenti, hogy a szennyezési jog bevezetése után növekszik az alaptevékenységből származó nyeresége a vállalatnak. Ez akkor következik be, ha

$$\begin{aligned} y^b &< f_a(\underline{x}) \\ g_a(y^b) &\leq \alpha^b + \Delta \alpha^{a_4} = g_a(y^{a_4}), \end{aligned}$$

hiszen a  $(y^b, \underline{x}^b)$  termelési stratégia lehetséges a feltételezésünk szerint. Ez azt jelenti, hogy  $y^b \leq y^{a_4}$ , vagyis a jog bevezetése utáni végtermék kibocsátásának nagyobbak kell lennie, mint az azt megelőzőnek. Ezzel beláttuk a következő lemmát:

**4. lemma:** Technológiaváltás után a vállalat teljes nyeresége nő. Ha a termékkibocsátását is növeli a vállalat, akkor az alaptevékenységből származó nyereség is nő, eltekintve attól, hogy a vállalat szennyezési jogot elad vagy vesz.

*Megjegyzés.* A lemma bizonyításának gondolatmentét követve könnyen belátható, hogy ha nem változtat a technológiáján a vállalat, akkor mindenképpen el kell adnia szennyezési jogot, ugyanis ekkor a teljes profitfüggvény

$$\Pi_b(y) = p \cdot y - C_b(y) + d \cdot [g_b(y^b) - g_b(y)],$$

ami az  $y^b$  pontban negatív, mivel  $p - C'_b(y^b) - d \cdot g'_b(y) = -d \cdot g'_b(y) < 0$ , amiatt, hogy az  $y^b$  pontban az alaptevékenységből származó nyereség maximális, így annak differenciálja zérus lesz.

### 5.3. Váltson-e technológiát a vállalat a szennyezési jog bevezetése után?

Vessük végül össze a fenti két termelési stratégiát. Könnyen megmutatható, hogy a technológiaváltás nélküli optimális  $(y^{a_1}, \underline{x}^{a_1}, \Delta\alpha^{a_1})$  stratégia a leghatékonyabb technológiaváltás utáni problémának egy lehetséges megoldása:

$$\begin{aligned} y^{a_1} &\geq 0, \underline{x}^{a_1} \geq \underline{0}, \Delta\alpha^{a_1} \in \mathfrak{R} \\ f_b(\underline{x}^{a_1}) &= y^{a_1} < f_a(\underline{x}^{a_4}) \\ g_a(y^{a_1}) &< \alpha^b + \Delta\alpha^{a_1} = g_b(y^{a_1}) \end{aligned}.$$

Ez abból következik, hogy az új technológiával azonos inputok mellett több végterméket lehet előállítani és az emisszió is kisebb. Azonban ez nem optimális, így

$$p \cdot y^{a_1} - q \cdot \underline{x}^{a_1} - d \cdot \Delta\alpha^{a_1} < p \cdot y^{a_4} - q \cdot \underline{x}^{a_4} - d \cdot \Delta\alpha^{a_4},$$

vagyis a vállalat nyeresége akkor lesz legnagyobb, ha azonos input mellett a legnagyobb kibocsátást és azonos output mellett a legkisebb szennyezőanyag kibocsátást mutató termelési technológiát vezeti be. Ezt az eredményt a 5. lemmában foglaljuk össze.

**5. lemma:** Egy termelő vállalat akkor maximalizálja legjobban a nyereségét a szennyezési jogok bevezetése után, ha olyan technológiát vezet be, amely növeli a végtermék kibocsátást, ugyanakkor a szennyezőanyag kibocsátást a minimálisra csökkenti.

Ezzel vizsgálódásaink végére értünk.

## 6. Összegzés

Ebben a dolgozatban a szennyezési jogok bevezetésének hatását vizsgáltuk egy nyereségét maximalizáló vállalat esetére. A komparatív statikai vizsgálatban azt néztük, hogy technológiaváltással vagy anélkül reagáló vállalatnak hogyan alakul a nyeresége. A technológia megváltoztatására három lehetséges alternatívája van a vállalatnak a termelési és/vagy emissziós technológiák cseréje.

A vizsgálatok arra az eredményre vezettek, hogy ha a vállalat technológiát vált, akkor a legnagyobb nyereségét akkor éri el, ha új, hatékonyabb termelési és emissziós technológiát vezet be, tehát a két technológia együttes bevezetése vezet a legjobb eredményre. Annak a kérdésnek az eldöntésére, hogy technológiaváltásra sarkallja-e a vállalatot a szennyezési jog bevezetése, igenlő választ adhatunk. A technológiaváltással érhető el a nyereség maximális növekedése. A vállalat az új technológia bevezetése után adhat és vehet is szennyezési jogot, míg ha nem vált technológiát csak a szennyezési jog eladásából származik a többlet nyereség.

## **Irodalom**

1. Dinkelbach, W., Rosenberg, O. (2002): Erfolgs- und umweltorientierte Produktionstheorie, 4. Aufl., Springer, Berlin et al.
2. Field, B.C. (1997): Environmental economics: An introduction, 2. Ed., McGraw-Hill, Inc., New York et al.
3. Mas-Collé, A., Whinston, M.D., Green, J.R. (1995): Microeconomic theory, Oxford University Press, New York et al.